

Sobre clutters minimalmente não ideais

Um clutter $\mathcal{C}$ é um par $\mathcal{C} \equiv (V, E)$, onde E (os elementos de $\mathcal{C}$) denota uma família de subconjuntos, de um conjunto não vazio e finito V (os vértices de $\mathcal{C}$), tal que nenhum dos elementos está contido noutro.

A teoria de clutters, outrora referida como blocking e antiblocking (Fulkerson'70), permite abordar, de modo elegante, questões diversas relacionadas com problemas de set packing e set covering, nomeadamente a caracterização de integralidade dos poliedros subjacentes a esses problemas e o estabelecimento de relações do tipo min-max em problemas de otimização combinatoria (o valor mínimo de um problema é igual ao valor máximo de um outro).

Um clutter $\mathcal{C}$ é ideal se o poliedro (das coberturas de $\mathcal{C}$) $Q(\mathcal{C}) \equiv \{x: Ax \geq 1, x \geq 0\}$ é inteiro, onde $A \equiv M(\mathcal{C})$ denota uma matriz de zeros e uns cujas linhas são os vetores característicos dos elementos de $\mathcal{C}$.

Um menor de $\mathcal{C}$ é um outro clutter que resulta de $\mathcal{C}$ após uma ou mais operações de remoção ou contração de um vértice de $\mathcal{C}$.

Um clutter é minimalmente não ideal, ou simplesmente mni, se não for ideal mas todos os seus menores forem. Lehman'79 provou que todos os clutters mni têm uma estrutura precisa, são a extensão de clutters definidos por uma matriz de Lehman. Uma matriz de Lehman é uma matriz Y r -regular de zeros e uns tal que $YZ^T = dI + 11^T$, para algum inteiro positivo d e alguma matriz Z de zeros e uns. Nesta palestra mostraremos que as matrizes associadas a planos projetivos, embora sendo definidas por matrizes de Lehman, não podem desempenhar esse papel.

Authors: Dr MONTEIRO, Paulo (Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro); SOARES, João (Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra)

Presenter: Dr MONTEIRO, Paulo (Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro)

Session Classification: Session 5.3 - Hard optimization problems